= ∂ √ ▌ ╗ ≤ ╤ ┬ ╓

UDC 669-183.2 : 539.3/.4

圧粉体におけるひずみと応力の理論

Theoretical Treatments of Stress and Strain in Green Compacts of Powder

岸 高 壽*

Hisashi Kishitaka

Synopsis :

On the deformation of green compacts with an apparently uniform strain, theoretical equations have

2. 不連続すべり面をもつ物体のひずみ

ここでは圧粉体のようにその内部に粒子間の接触面のような不連続すべり面をもつ物体の全体としての（見かけ上の）変形におけるひずみと応力の関係について一般的な取り扱い方をのべることにする。そしてここでは平均的なひずみと応力の

$S^{(2)}$, $S^{(3)}$, $S^{(4)}$：ずれのひずみの大きさ

$\phi_{ij}{}^{(1)}$：体積変化の向きを表わすテンソルの成分

り，正の場合は膨張を負の場合は収縮を表わしている。

$\phi_{ij}{}^{(2)}$, $\phi_{ij}{}^{(3)}$, $\phi_{ij}{}^{(4)}$：ずれの方向を表わすテンソルの成分で0または±1の値をとる。

ひずみテンソルの表現行列［S_{ij}］が対角線行列

分の大きさは圧粉体の見かけ上の応力をその充てん率で除した値を応力として与えるように定めた。

$$C_{\alpha\beta ij}=\lambda\delta_{\alpha\beta}\delta_{ij}+\mu(\delta_{\alpha i}\delta_{\beta j}+\delta_{\alpha j}\delta_{\beta i}) \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

$$A_{\alpha\beta ij}=\tau\delta_{\alpha\beta}\delta_{ij}+\nu(\delta_{\alpha i}\delta_{\beta j}+\delta_{\alpha j}\delta_{\beta i}) \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

$$M_{\alpha\beta ij}=\bar{P}\{\xi\delta_{\alpha\beta}\delta_{ij}+\eta(\delta_{\alpha i}\delta_{\beta j}+\delta_{\alpha j}\delta_{\beta i})\} \cdots\cdots (8)$$

ここにおいて

る応力を与えるテンソルの成分

$\alpha,\ \beta,\ i,\ j=x,\ y,$ or z

$A_{\alpha\beta ij}$：粒子の塑性変形による充てん部分におけ

$T_{p\alpha\beta}$：圧粉体の見かけ上の塑性変形による応力テンソルの成分

f：見かけ上の塑性変形による応力に対する

粒子相互の接触面のすべりまさつ力の寄与率

(10)式に(2)～(5)，(7)，および(8)式を代入し記号を整理すれば次の各式が得られる。

$$T_{pxx}=(1-\rho)[\phi^{(1)}\{fPm_p+(1-f)a_p\}$$

同様に次のように表わすことにする。

ここにおいて

$\xi^{(l)}$：有効弾性ひずみを構成する l 番目の基本ひずみの大きさ。

(18)式を(9)式の S_{ij} のところに代入し(6)式を用いて整理すれば有効弾性ひずみによる応力テンソルの成分を与える次の式が得られる。

$$T_{exx}=(1-\rho)(\phi^{(1)}3k\xi^{(1)}+\phi^{(2)}G\xi^{(2)}+\phi^{(4)}G\xi^{(4)}) \quad\cdots\cdots(19)$$

$$T_{eyy}=(1-\rho)(\phi^{(1)}3k\xi^{(1)}-\phi^{(2)}G\xi^{(2)}+\phi^{(3)}G\xi^{(3)}) \quad\cdots\cdots(20)$$

$$T_{ezz}=(1-\rho)(\phi^{(1)}3k\xi^{(1)}-\phi^{(3)}G\xi^{(3)}$$

$$+\frac{(\phi^{(2)}+\phi^{(4)})}{G}\{f\bar{P}m_s+(1-f)a_s\} \quad (26)$$

$$+\frac{(-\phi^{(2)}+\phi^{(3)})}{G}\{f\bar{P}m_s+(1-f)a_s\} \quad\cdots\cdots(27)$$

$$\xi_{1zz}=\frac{\phi^{(1)}}{3k}\{f\bar{P}m_v+(1-f)a_v\}+\frac{(-\phi^{(3)}-\phi^{(4)})}{G}\{f\bar{P}m_s+(1-f)a_s\} \quad\cdots\cdots(28)$$

(26)〜(28)式はスプリングバックの大きさの計算に用いることができる[2]。

2·4 粒子相互の接触面における圧力

これまでに得られた式には，粉末粒子相互の接

$$P(\vec{n}) = -(n_x{}^2 T_{pxx} + n_y{}^2 T_{pyy} + n_z{}^2 T_{pzz}) \quad \cdots\cdots(30)$$

n_x, n_y, n_z：応力面の法線ベクトルの成分

(30) 式を (29) 式に代入すれば次の式が得られる。

$$P = -\frac{T_{pxx} + T_{pyy} + T_{pzz}}{3(1-\rho)} \quad \cdots\cdots(31)$$

(11)～(13)式を(31)式に代入すれば次の式が得られる。

$$\bar{P} = -\phi^{(1)}\{f\bar{P}m_v + (1-f)a_v\} \quad \cdots\cdots(32)$$

(32)式を$\bar{P}$について整理すれば次の式が得られる。

$$\bar{P} = \frac{(1-f)a_v}{\cdots} \quad \cdots\cdots(33)$$

れないから，さきに(14)～(17)式によって粒子間のすべりおよび粒子の塑性変形に関して導入され

いはずである。したがって4つの応力定数の中の2つたとえば m_v, a_v は他の2つ m_s, a_s と圧粉体における空孔の形状に関する因子との関数として表わされるはずである。ここではこの関数関係を圧粉体を模形的に単純な中空球体でおきかえることによって求めてみる。

3·1 圧縮される中空球体

Fig. 1 のような中空球体がその充てん部分の体積を一定に保ちながら中心対称的に圧縮される場合を考えてみよう。中空球体の中心対称的な変

充てん部分の体積が一定に保たれるためには変

い。

$$\frac{\partial D_x}{\partial x}+\frac{\partial D_y}{\partial y}+\frac{\partial D_z}{\partial z}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

(37)式を(36)式を用いて整理すれば次の式が得られる。

ひずみが無限小であっても有限の大きさの応力が

あっても(11)～(13)式の右辺の第1項に相当する部分は0とはならず有限の値をもった空間座標の適当な関数でおきかえられなければならない。この関数は応力に関する境界条件で定まり，ここでは変形の中心対称性から r の関数であると考えら

[redacted]

構造因子としての気孔率についての相互関係を近似的に表わす式である。

4. 圧縮曲線

これまでにのべた理論の一つの応用例として、

[redacted]

と加圧力との関係を表わす、いわゆる圧縮曲線な

[redacted]

l：円柱形圧粉体のはじめの高さ

Δl：円柱形圧粉体の圧縮による高さの減少量

(58) 式を (1)～(5) 式と比較することにより $S^{(k)}$ および $\phi^{(k)}$ として次の値が得られる。

$$S^{(1)}=S^{(3)}=S^{(4)}=\frac{\Delta l}{3l} \qquad \cdots\cdots(59)$$

[redacted]

その他の因子は0である。

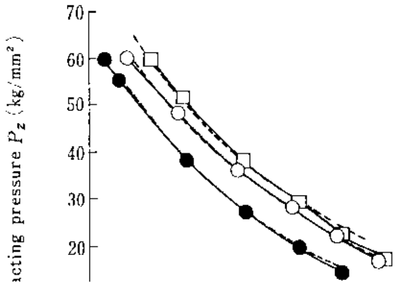
この(64)式によって圧縮曲線が与えられる。

4·3　実験結果との比較

○ Reduced steel mill scale
● Electrolytic iron
□ Reduced iron ore

%を添加したもの約 9g を加圧面積 1cm² の円筒形金型中に入れ，インストロン型試験機を用い圧下速度 5mm/min で圧縮した場合のストロークと加圧力の測定値から求められた金型内において加圧中の圧粉体における気孔率と加圧力の関係を **Fig. 4** に実線で示す。

Fig. 4 に破線で示されているのは，係数 c と



かけ上のひずみと応力の平均的な関係は本論文で示された方法によって求めることが可能であろう。実際にこの理論によって得られた圧縮曲線を

粉体が異方性をもつ場合に対しては(6)～(8)式の応力定数テンソルを異方性のものでおきかえて，本論文と同様の手法で行なうことが可能であ

することはこの点の一つの例証であると思う。圧

参 考 文 献

1) 岸高，森岡：昭和46年春季大会講演概要集，〔粉体粉末冶金協会〕，66

2) 岸高，森岡：粉体および粉末冶金，発表予定